

# Questions de notations pour les conditions aux limites mixtes utilisées pour le couplage surface - atmosphère

JYG 6 novembre 2018

---

Dans tout ce qui suit, j'ai pris comme illustration le cas des flux d'humidité. Du coup, beaucoup de variables se retrouvent surmontées d'un chapeau, ce qui signifie qu'elles sont relatives à la vapeur d'eau (e.g.  $\hat{\phi}$  est le flux d'évaporation). En outre j'ai choisi d'affecter une étoile aux valeurs moyennes spatiales (e.g.  $\hat{\phi}^*$  est le flux d'évaporation moyen).

La présente note ne porte pas sur ces détails, qui relèvent de cuisines très personnelles, mais sur les noms à donner aux variables. Plus spécifiquement, il s'agit :

- des coefficients d'échange. Par exemple j'écris le flux d'humidité :

$$\hat{\phi}^* = \hat{K}(q_1^* - q_s^*)$$

où  $q_1^*$  désigne l'humidité moyenne au premier niveau,  $q_s^*$  l'humidité moyenne à la surface et où j'ai posé :

$$\hat{K} = \rho\beta C_{\text{dh}}|V|$$

- des coefficients des conditions aux limites mixtes pour les modèles de sous-surface, conditions que j'écris :

$$\hat{\phi}^* = \hat{\mu} - \hat{\lambda}q_s^*$$

Les autres coefficients qui interviennent dans la suite sont les coefficients  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$  tels que  $\hat{\phi}^* = \hat{A} + \hat{B}\hat{\phi}^*\Delta t$ . Il n'y a pas là sujet à discussion, tout le monde semblant d'accord sur ces notations.

## 1 Quelles notations ?

La première question est de savoir si la notation  $\hat{K}$  vous semble pertinente pour le coefficient d'échange d'humidité. Sinon, quelles sont les autres propositions ?

La seconde question porte sur les coefficients  $\hat{\lambda}$  et  $\hat{\mu}$ . La nature et le rôle de ces coefficients sont présentés dans l'extrait d'article (en cours de rédaction) qui figure dans la section (2). Il me semble évident que la présente notation est arbitraire, pas assez intuitive et pas assez parlante. Ce n'est pas que les coefficients  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$  soient eux même très parlants mais nous nous y sommes habitués. Il s'agit surtout d'éviter d'ajouter encore une couche de notation arbitraire.

Voilà : des idées ?

## 2 Surface atmosphere coupling

**Notations** : We consider fields function of position  $(x, y)$  and time  $t$ , where  $(x, y)$  belongs to a very large domain (large when compared to cold pool sizes and to grid cell size). Most often the  $t$  dependance will be omitted. For each field, say  $\phi$ ,  $\phi^*$  designates the average values over the domain,  $\phi^w$  the average value over the (w) region, and  $\phi^x$  the average value over the (x) region.

At the surface, the boundary layer model is coupled with the subsurface model. The subsurface model may represent surface water of an ocean, soil at the surface of continent, land ice, or sea ice. In all cases we assume that the subsurface model is constrained by mixed boundary conditions, that is by an affine relationship between the surface humidity  $q_s^*$  and the surface moisture flux  $\hat{\phi}^*$  :

$$\hat{\phi}^* = \hat{\mu} - \hat{\lambda}q_s^* \quad (1)$$

The coupling between the two models is implemented in the following way : the boundary layer model computes the coefficients  $\hat{\lambda}$  and  $\hat{\mu}$ ; from these boundary conditions the subsurface model determines the values of the variables  $\hat{\phi}^*$  and  $q_s^*$ ; from these surface values the boundary layer scheme computes the humidity values in the whole troposphere.

However it is not directly  $\hat{\lambda}$  and  $\hat{\mu}$  that are used as boundary conditions for the subsurface model but another set of equivalent parameters. An intermediate variable is introduced, namely the apparent atmosphere humidity  $q^a$ , related to the surface flux by :

1. a "surface exchange" like equation :

$$\hat{\phi}^* = \hat{K}^a(q^a - q_s^*) \quad (2)$$

2. the sensivity coefficients of the boundary layer model to the surface flux :

$$q^a = \hat{A}^a + \hat{B}^a\hat{\phi}^*\Delta t \quad (3)$$

Then the boundary conditions are given by the three coefficients  $\hat{K}^a$ ,  $\hat{A}^a$  and  $\hat{B}^a$ . The equivalence with the boundary condition (1) may be shown by eliminating  $q^a$  between the two equations (2) and (3), which yields a relation of the form (1) with :

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \frac{\hat{K}^a\hat{A}^a}{1 - \hat{K}^a\hat{B}^a\Delta t} \\ \hat{\lambda} &= \frac{\hat{K}^a}{1 - \hat{K}^a\hat{B}^a\Delta t} \end{aligned} \quad (4)$$

For a given pair  $(\hat{\mu}, \hat{\lambda})$  there exists an infinity of triplets  $(\hat{K}^a, \hat{A}^a, \hat{B}^a)$  such that the relations (4) hold.  $\hat{K}^a$  may be chosen arbitrarily different from zero and  $\hat{A}^a$  and  $\hat{B}^a$  are given by :

$$\begin{aligned} \hat{A}^a &= \frac{\hat{\mu}}{\hat{\lambda}} \\ \hat{B}^a &= \frac{1}{\Delta t} \left[ \frac{1}{\hat{K}^a} - \frac{1}{\hat{\lambda}} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

In the LMDZ GCM  $\hat{K}^a$  is chosen equal to the exchange coefficient between the first layer of the atmospheric model and the surface in which case : (i) the surface flux reads  $\hat{\phi}^* = \hat{K}(q_1^* - q_s^*)$  so that  $q^a$  is identical to  $q_1^*$ , and (ii) the coefficients  $\hat{A}^a$  and  $\hat{B}^a$  are directly given by the resolution of the vertical diffusion equation in the atmosphere.

It is worth emphasizing that the equality  $\hat{K}^a = \hat{K}$  (and its consequence  $q^a = q_1^*$ ) is chosen in order to make it possible to separate the part of the subsurface boundary conditions due to surface processes ( $\hat{K}^a$ ) and the part due to boundary layer processes ( $\hat{A}^a$  and  $\hat{B}^a$ ). When dealing with a split boundary layer, even though the same consideration of physical significance is accounted for,  $q^a$  will be different from  $q_1^*$ .